

# РАСЧЕТ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НАГРЕВА СТАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Колокольцев В.М., Савинов А.С., Андреев С.М., Ангольд К.В.

Магнитогорский государственный технический университет имени Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия

**Аннотация.** Исследован процесс возникновения продольных деформаций по высоте объекта цилиндрической формы вследствие температурного перепада по его радиусу. Рассмотрен частный случай термонапряженного состояния при нагреве цилиндра. Получена количественная оценка деформационного поля при решении осесимметричной задачи нагрева объекта цилиндрической формы. На основании существующих аналитических зависимостей получены математические зависимости, позволяющие рассчитать нормальные, касательные и эквивалентные напряжения. В динамике их развития рассчитано напряженное состояние цилиндров радиусами 0,1 и 0,05 м при нагреве до 400°C. Показано, что изменение радиуса цилиндра при одинаковых условиях нагрева приводит к уменьшению максимальных растягивающих напряжений с 45,9 до 23,9 МПа, а сжимающих с 43,1 до 22,5 МПа. Определены главные напряжения по радиусу цилиндрического стержня при нагреве. С использованием критерия Губера-Мизеса-Генки определено изменение интенсивности напряженного состояния по радиусу цилиндра. Установлено, что в момент выравнивания температуры по радиусу цилиндра наибольшие напряжения возникают в периферии слоя и центральных областях исследуемого объекта и составляют при заданных условиях расчета 40,5 МПа. Отмечено, что разработанный математический аппарат может быть использован для оценки термонапряженного состояния прокатных валков в процессе их термообработки.

**Ключевые слова:** тепловое поле, радиальные координаты, термонапряженное состояние, главные напряжения, температурные деформации, условия прочности.

## Введение

Технологические процессы в металлургии зачастую происходят с изменением температурного режима рабочих узлов и деталей используемого оборудования. При этом могут возникать значительные термические напряжения, приводящие к выходу из строя машин и агрегатов в различных отраслях metallurgии. В связи с этим возникает необходимость достаточно точного расчета термонапряженного состояния объектов металлургической промышленности, что может быть использовано для анализа и прогнозирования критических состояний как узлов и механизмов, так и изделий в процессе их изготовления, например термической обработки [1,2]. Одним из таких объектов являются прокатные валки, имеющие поверхность вращения, термическая обработка которых сопряжена с риском возникновения критических напряжений и, как следствие, с нарушением сплошности материала отливки. Поэтому математическое описание процесса термонапряженного состояния является весьма актуальной задачей.

## Методы исследования

Рассмотрим возникновение напряженного состояния при нагреве цилиндрического стержня

© Колокольцев В.М., Савинов А.С., Андреев С.М., Ангольд К.В., 2019

в условиях упругого деформирования. Известно, что при перепаде температур по телу цилиндра при его нагреве возникают радиальные  $\sigma_r$ , окружные  $\sigma_\theta$ , продольные  $\sigma_{\text{тепр}}$  и касательные  $\tau_{\text{тепр}}$  напряжения (рис. 1).

При разрушении хрупкого тела пределы прочности при растяжении значительно ниже пределов прочности на сжатие. Следовательно, считается, что растягивающие напряжения опаснее сжимающих. Известно, что при упругих деформациях напряжения прямо пропорциональны возникающим внутри тела деформациям.

Данная работа посвящена вопросу возникновения растягивающих и сжимающих упругих относительных деформаций и напряжений при температурном перепаде по радиусу цилиндра.

Рассмотрим цилиндр радиусом  $R$  и высотой  $l$ , разрез которого представлен на рис. 2, а. Учитывая, что по осям  $x$  и  $y$  задача симметричная, определим возникновение напряжений в четверти рассматриваемого цилиндра (рис. 2). Разобъем исследуемый объект на ряд слоев толщиной  $h$ , обозначив границы полученных слоев как  $i=1 \dots N$ ,  $[N+1 \dots K]$  (рис. 2, а, б). В процессе решения поставленной задачи будем определять деформацию границы  $i=N$  при охлаждении цилиндра [3–5]. Считаем, что температурное поле цилиндрического стержня, выраженного температурами в границах слоев  $T_i$  в исследуемый момент времени, известно.

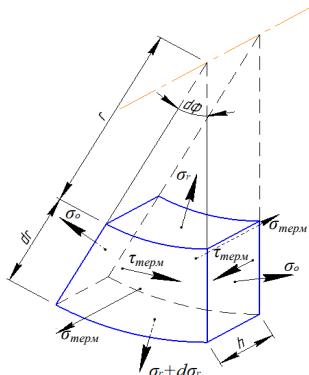


Рис.1. Схема напряженного состояния при нагреве цилиндра

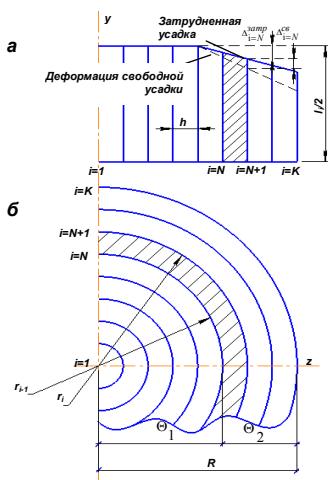


Рис. 2. Схема к расчету температурных деформаций

Рассмотрим температурные деформации, возникающие в сплошном цилиндре радиусом  $R$ . Деформация свободной усадки  $\Delta_{i=N}^{ce}$  границы  $i=N$  без учета влияния соседних растягивающих и сжимающих ее слоев по оси  $y$  будет выражена следующей формулой:

$$\Delta_{i=N}^{ce} = \frac{1}{2} l_i \Delta T^p \alpha, \quad (1)$$

где  $\Delta_{i=N}^{ce}$  – абсолютное значение свободной усадки границы  $i=N$ , м;

$\Delta T^p = T_{\max} - T_{i=N}$  – разность между максимальной температурой цилиндра (температурой центра при охлаждении) и температурой исследуемой границы слоя  $i=N$ , °C;

$\alpha$  – коэффициент температурного расширения, °C<sup>-1</sup>.

Тогда абсолютная деформация при затруднении  $\Delta_{i=N}^{zamp}$  будет складываться из соотношения жесткостей слоев, растягивающих границу  $\theta_1$  и сжимающих ее  $\theta_2$  (индекс 1 относится к элементу, формируемому слоями  $i=1\dots N$ , индекс 2 – к элементу, формируемому слоями  $i=N+1\dots K$ ), и выражаться как [6]

$$\Delta_{i=N}^{zamp} = \frac{1}{2} l_i \Delta T^p \alpha \left( \frac{\Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2} \right), \quad (2)$$

где

$$\Theta_1 = \sum_{i=1}^{N-1} E_i(t) A_i, \quad (3)$$

$$\Theta_2 = \sum_{i=N+1}^K E_i(t) A_i, \quad (4)$$

где  $E_i(t)$  – температурная зависимость модуля продольной упругости  $i$ -й границы слоя, МПа;

$A_i$  – площадь слоя, см<sup>2</sup>.

Площадь слоя вычисляется по формуле

$$A_i = \pi r_i^2 - \pi r_{i-1}^2. \quad (5)$$

Откуда при толщине слоя  $h$  (см. рис. 2)

$$A_i = \pi h^2 (2i - 3). \quad (6)$$

Учитывая уравнение равновесия [7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0, & \tau_{yz} &= \tau_{zy}, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0, & \tau_{zx} &= \tau_{xz}, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0, & \tau_{xy} &= \tau_{yx}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  – составляющие массовых сил, приходящихся на единичный объем.

Для учета влияния температуры слоев, находящихся слева и справа от рассматриваемого слоя  $i=N$ , перепишем выражения (3) и (4) как [8]

$$\Theta_1 = \sum_{i=1}^{N-1} E_i(t) \pi h^2 (2i - 3) \left( \frac{T_i - T_N}{T_{\max} - T_N} \right), \quad (8)$$

$$\Theta_2 = \sum_{i=N+1}^K E_i(t) \pi h^2 (2i - 3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right), \quad (9)$$

где  $T_i$  – температура  $i$ -й границы слоя, °C;

$T_N$  – температура границы слоя  $i=N$ , °C.

Величина абсолютной растягивающей деформации равна разности между величинами свободной и затрудненной усадки:

$$\Delta_{i=N}^{pact} = \Delta_{i=N}^{c\theta} - \Delta_{i=N}^{zamp}. \quad (10)$$

Подставив в выражение (10) уравнения (1), (2), получим:

$$\Delta_{i=N}^{pact} = \frac{1}{2} l_i \Delta T^p \alpha \left( 1 - \frac{\Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2} \right). \quad (11)$$

Приняв во внимание выражение (8), (9), на основании формулы (11) вычислим зависимость растягивающей абсолютной деформации при температурном перепаде по радиусу цилиндра

$$\Delta_{i=N}^{pact} = \frac{1}{2} l_i \Delta T^p \alpha \left( 1 - \frac{\sum_{i=N+1}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right)}{\sum_{i=1}^{N-1} E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_i - T_N}{T_{\max} - T_N} \right) + \sum_{i=N+1}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right)} \right). \quad (12)$$

Разделив обе части уравнения (12) на  $\frac{1}{2} l_i$ , получим выражение относительной растягивающей деформации границы  $i=N$

$$\varepsilon_{i=N}^{pact} = \Delta T^p \alpha \left( 1 - \frac{\sum_{i=N+1}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right)}{\sum_{i=1}^{N-1} E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_i - T_N}{T_{\max} - T_N} \right) + \sum_{i=N+1}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right)} \right). \quad (13)$$

Аналогичный подход был применен для определения относительной деформации слоя  $i=N$  при сжатии

$$\varepsilon_{i=N}^{c\theta} = \Delta T^{c\theta} \alpha \left( \frac{\sum_{i=N+1}^K E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_N - T_i}{T_N - T_{\min}} \right)}{\sum_{i=1}^{N-1} E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_i - T_N}{T_N - T_{\min}} \right) + \sum_{i=N+1}^K E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_N - T_i}{T_N - T_{\min}} \right)} \right), \quad (14)$$

где  $\Delta T^{c\theta} = T_N - T_{\min}$  – разность между температурой исследуемой границы слоя  $i=N$  и минимальной температурой  $i$ -го слоя цилиндра, °C.

Если в работе происходит моделирование напряженного состояния цилиндрического объекта с циклическим изменением окружающей среды (например, при термической обработке), то для таких случаев выражения (13) и (14) следует переписать как

$$\varepsilon_{i=N}^{pact} = \Delta T^p \alpha \left( 1 - \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ T_i < T_N; N \neq i}}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right)}{\sum_{\substack{i=1 \\ T_i \geq T_N; N \neq i}}^K E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_i - T_N}{T_{\max} - T_N} \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ T_i < T_N; N \neq i}}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_N - T_i}{T_{\max} - T_N} \right)} \right), \quad (15)$$

$$\varepsilon_{i=N}^{c\theta} = \Delta T^{c\theta} \alpha \left( \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ T_i \leq T_N; N \neq i}}^K E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_N - T_i}{T_N - T_{\min}} \right)}{\sum_{\substack{i=1 \\ T_i > T_N; N \neq i}}^K E_i(t)(2i-3) \left( 1 + \frac{T_i - T_N}{T_N - T_{\min}} \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ T_i \leq T_N; N \neq i}}^K E_i(t)(2i-3) \left( \frac{T_N - T_i}{T_N - T_{\min}} \right)} \right). \quad (16)$$

Общую относительную деформацию границы  $i=N$  определим как результирующую деформаций сжатия и растяжения:

$$\varepsilon_{i=N}^{\text{общ}} = \varepsilon_{i=N}^{\text{раст}} - \varepsilon_{i=N}^{\text{сж}}. \quad (17)$$

### Результаты исследования

С использованием выражений (13)–(17) проведем расчет температурных деформаций цилиндра из стали марки Ст3. Время расчета 200 с, радиус цилиндра 0,1 м, система разбивалась на 50 слоев толщиной  $\delta=0,001$  м, шаг по времени

0,1 с, теплопроводность  $\lambda=50 \frac{\text{Вт}}{\text{°C}}$ , теплоемкость

$c=502 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°C}}$ , плотность исследуемого объекта

$\rho=7820 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , модуль продольной упругости

$E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , коэффициент температурного расширения  $\alpha=15 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$ , коэффициент Пуассона  $\mu=0,25$ . Начальная температура цилиндра  $T_0=20 \text{ °C}$ , температура окружающей среды  $T_{cp}=400 \text{ °C}$ .

Для определения температурных деформаций с использованием численного метода решения задач теплопроводности проведен расчет изменения теплового поля во времени. Результат расчета нагрева цилиндра представлен на **рис. 3, а.**

Полученные количественные значения температур по радиусу цилиндра были использованы для определения возникающих температурных деформаций по формулам (15)–(17). Результаты расчета показаны на **рис. 3, б.** Видно, что наибольшую растягивающую деформацию испытывает центр нагреваемого тела, в то время как на поверхности происходит сжатие периферийных слоев цилиндра.

Действительно, периферийные слои цилиндра, подвергаясь нагреву, не могут свободно деформироваться в связи с влиянием соседних, более холодных слоев, вследствие чего происходит сжатие поверхностного слоя, в то время как центр объекта имеет наименьшую температуру, а следовательно, более нагретые слои растягивают его (**см. рис. 3, б.**).

Рассмотрим вопрос связи упругих продольных деформаций цилиндрического объекта с возникающими напряжениями.

Пусть в плоской системе сил вычленили по радиусу цилиндра квадратный элемент, площадки которого ограничены слоями  $i, i+1$  (**рис. 4, а.**).

В начальный момент времени величина стороны элемента равна  $\delta$ . Под воздействием температурного поля в момент времени  $j$  произошло изменение размеров, выраженное относительной деформацией границ  $\varepsilon_i, \varepsilon_{i+1}$ , которые к моменту времени  $j$  будут иметь следующие размеры (**рис. 4, б.**). При этом в первом приближении считаем, что нижняя грань элемента усаживается свободно, и ее размер может быть выражен следующей формулой:

$$z^j = (\delta + \alpha \Delta T \delta), \quad (18)$$

где  $\Delta T = T_{\frac{i+1}{2}} - T_{\text{ниж}}$ ,  $^{\circ}\text{C}$ ;

а боковые грани элемента изменяются как

$$\delta_i^j = (\varepsilon_i + 1)\delta, \quad (19)$$

$$\delta_{i+1}^j = (\varepsilon_{i+1} + 1)\delta. \quad (20)$$

Возникающий при температурной продольной деформации угол  $\gamma$  можно определить

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{x}{z^j}, \quad (21)$$

где  $\gamma$  – угол сдвига, рад.

При

$$x = \frac{\delta_i^j - \delta_{i+1}^j}{2}. \quad (22)$$

Получим

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\delta_i^j - \delta_{i+1}^j}{2 z^j}. \quad (23)$$

Учитывая выражения (19)–(22), получим

$$\operatorname{tg} \gamma = \left| \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}}{2(1 + \alpha \Delta T)} \right|. \quad (24)$$

Откуда

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left| \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}}{2(1 + \alpha \Delta T)} \right|. \quad (25)$$

Делитель  $(1 + \alpha \Delta T)$  – величина второго порядка малости и практически не влияет на конечный расчет угла сдвига. Тогда уравнение (25) можно переписать как

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left| \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}}{2} \right|. \quad (26)$$

Откуда, используя закон Гука для деформации упругого сдвига, возможно определение возникающих касательных напряжений:

$$\tau = G(t)\gamma, \quad (27)$$

где  $G(t)$  – температурная зависимость модуля упругости II рода (модуля сдвига), МПа.

Тогда, подставив в (27) выражение (26), получим формулу термических напряжений при температурной деформации продольных слоев:

$$\tau_{\text{терм}} = G(t) \operatorname{arctg} \left| \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}}{2} \right|. \quad (28)$$

В случае если температурная зависимость модуля сдвига для материала не известна, то полученные касательные напряжения можно выразить через температурные зависимости модуля продольной упругости [9]:

$$\tau_{\text{терм}} = \frac{E(t)}{2(1+\mu)} \operatorname{arctg} \left| \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}}{2} \right|. \quad (29)$$

Возникающие при температурном перепаде нормальные напряжения определяли по формуле

$$\sigma_{\text{терм}} = E(t) \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2}. \quad (30)$$

По полученным формулам (28)–(30) проведен расчет изменения нормальных и касательных напряжений в динамике, где видно, что наибольший рост напряжений для рассматриваемого объекта идет до 160–180 с. В дальнейшем происходит уменьшение скорости роста напряжений, связанное с выравниванием температурного поля по радиусу цилиндра (рис. 5, а). Аналогичная картина возникает и при определении касательных напряжений (рис. 5, б).

Анализ распределения нормальных напряжений по радиусу цилиндра (рис. 6) говорит о смене напряженного состояния с напряжений сжатия на поверхности объекта к напряжениям растяжения, максимумы которых возникают в центре исследуемого объекта. Действительно, поверхность объекта под воздействием температур греющей среды подвергается сжимающим деформациям вследствие соприкосновения с более холодными слоями, располагающимися внутри исследуемого объекта. Между тем, как показывает рис. 3, а, наименьшую температуру имеет центр цилиндра, который, взаимодействуя с более нагретыми слоями, подвергается максимальным растягивающим напряжениям, что и отражено на рис. 6.

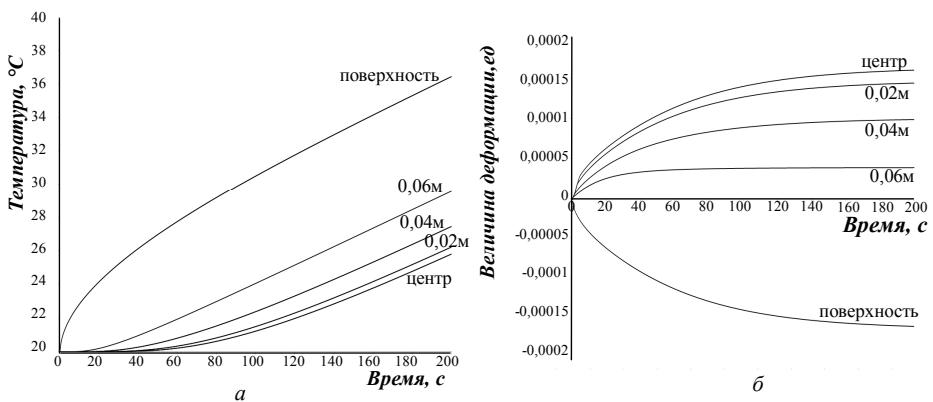


Рис. 3. Зависимости величин во времени по толщине слоя для цилиндра радиусом 0,1 м:  
а – зависимость температуры; б – зависимости величины деформации

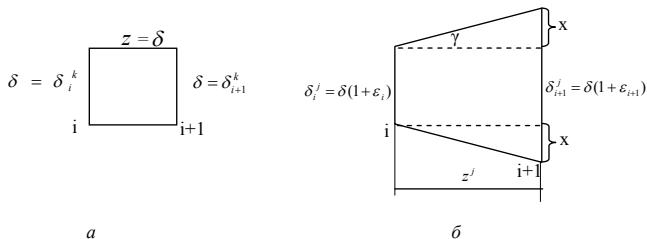


Рис.4. Схема к расчету напряженного состояния:  
а – в первый момент времени; б – в момент времени  $\gamma$

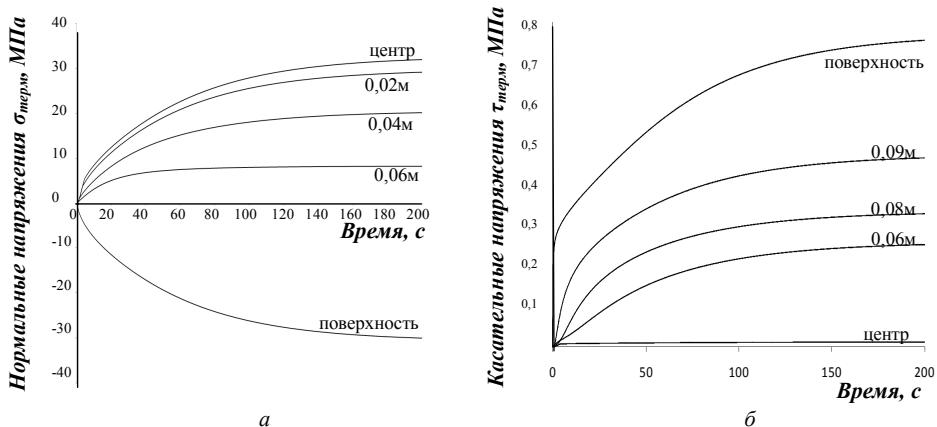


Рис. 5. Зависимости напряжений во времени по толщине слоя для цилиндра радиусом 0,1 м:  
а – зависимость нормальных напряжений; б – зависимость касательных напряжений

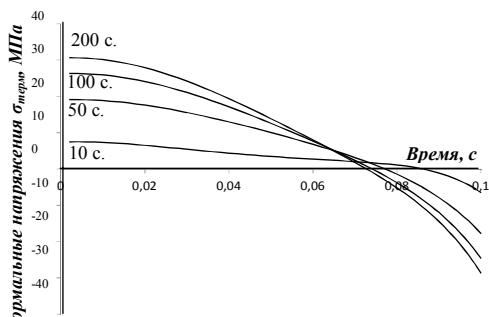


Рис. 6. Распределение напряжений во времени  
по радиусу цилиндра 0,1 м

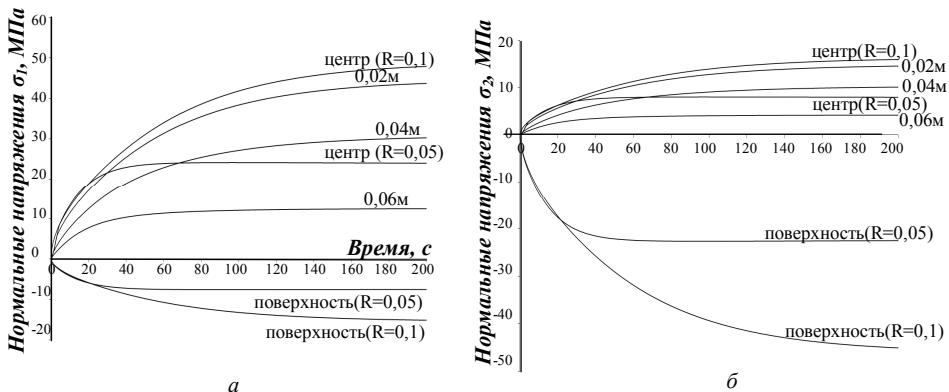


Рис. 7. Зависимости нормальных напряжений во времени по толщине слоя для цилиндров радиусом 0,1 и 0,05 м

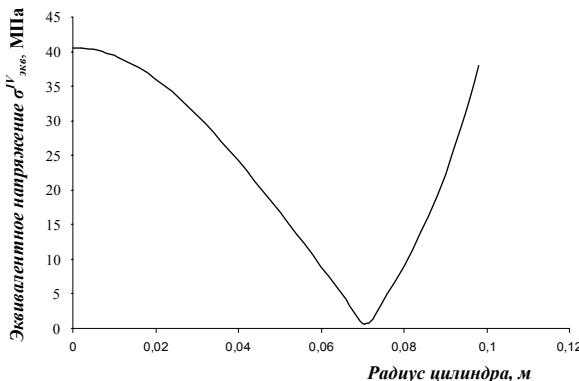


Рис. 8. Распределение эквивалентного напряжения  $\sigma_{eq}^{IV}$  по радиусу цилиндра

При этом исследование изменения нормальных напряжений по радиусу цилиндра показывают, что существует переход от растянутых слоев к сжатым (точка пересечения с осью абсцисс, см. рис. 6). В этих точках происходит только деформация чистого сдвига. Со временем положение слоев с деформацией чистого сдвига смещается к центру цилиндра.

Полученная картина распределения напряжений при продольных деформациях позволила определить главные напряжения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , возникающие при температурном перепаде по радиусу цилиндра (см. рис. 5). Расчет производится по следующим формулам [10]:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{merm}}{2} + \frac{\sqrt{\sigma_{merm}^2 + 4\tau_{merm}^2}}{2}; \quad (31)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{merm}}{2} - \frac{\sqrt{\sigma_{merm}^2 + 4\tau_{merm}^2}}{2}. \quad (32)$$

Как видно на рис. 7,  $\sigma_1$  значительно больше  $\sigma_2$ , что согласуется с существующими представлениями о напряженном состоянии стенки цилиндра. Однако анализ изменения напряженного состояния в исследуемых волокнах говорит о совпадении знаков главных напряжений. То есть центр объекта, слои на радиусах 0,02 и 0,04 испытывают всестороннее растяжение. Между тем поверхность цилиндра испытывает всестороннее сжатие.

Для выявления влияния геометрических параметров, выраженных радиусом цилиндра, на его

напряженно-деформированное состояние был произведен расчет главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  цилиндра из стали 3 радиусом 0,05 м. Результаты расчета представлены на рис. 7. Как видно из рисунка, динамика роста напряженного состояния практически не изменяется от изменения радиуса, однако окончание роста главных напряжений наступает значительно раньше, в районе 40 с. Это связано с более быстрым прогревом объекта и, как следствие, с меньшим перепадом температур по радиусу цилиндра, что приводит к значительному падению возникающих максимальных растягивающих напряжений с 45,9 до 23,9 МПа и сжимающих с 43,1 до 22,5 МПа. Это соответствует физическому смыслу возникновения термоапрессионного состояния объекта.

Полученные значения главных напряжений могут быть использованы для оценки прочности изделия. Учитывая, что сталь 3 относится к пластичным материалам, для обобщения полученных напряжений используем четвертую гипотезу прочности [9, 10]:

$$\sigma_{\text{экв}}^{IV} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} \leq [\sigma], \quad (33)$$

где  $\sigma_{\text{экв}}^{IV}$  – эквивалентное напряжение по IV гипотезе прочности, МПа;

$[\sigma]$  – допускаемое напряжение, МПа.

Или для плоского напряженного состояния, рассматриваемого в работе:

$$\sigma_{\text{экв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \leq [\sigma]. \quad (34)$$

В момент времени  $t=200$  с изменение эквивалентного напряжения по радиусу цилиндра  $R=0,1$  м графически выразится зависимостью, представленной на рис. 8.

Для пластичного материала опасное состояние возникает при превышении им предела текучести как при деформация сжатия, так и растяжения. Это наблюдается на рис. 8, где рост эквивалентных напряжений  $\sigma_{\text{экв}}^{IV}$  происходит как на растянутых, так и сжатых слоях, при этом экстремум функции наблюдается в районе нейтрального слоя при переходе от растянутых слоев к сжатым (см. рис. 6). Сравнив полученные значения  $\sigma_{\text{экв}}^{IV}$  с допускаемыми напряжениями, можно произвести оценку прочности исследуемого цилиндра.

## Заключение

Моделирование и расчет термоапрессионного состояния цилиндрического тела (в частности прокатных валков при термообработке), позволяет сравнить текущее напряженное состояние с критическим с целью оценки прочности материала. Это обеспечивает на стадии проектирования технологического цикла термической обработки изделия выявление критических деформаций и напряжений, приводящих к разрушению стенки изделия и, как следствие, возможности управления его напряженно-деформированным состоянием с целью исключения нарушения сплошности материала, приводящего к браку в отливке.

## Список литературы

1. T.K. Roy, B. Bhattacharya, C. Ghosh, S.K. Ajmani, Advanced High Strength Steel, Springer Nature Singapore Pte Ltd, New York, 2018.
2. R.B. Hetnarski, Encyclopedia of Thermal Stresses, Springer Dordrecht Heidelberg, New York, 2014.
3. R.B. Hetnarski, M.R. Eslami, Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications, Springer, New York, 2009.
4. N. Feinstein, Advanced High Strength Sheet Steels, Springer, New York, 2015.
5. V. V. Kharchenko, Strength of Materials, Springer, New York, 2014.
6. A. Davies, Handbook of Condition Monitoring, Springer, New York, 1998.
7. Колокольцев В.М., Синицкий Е.В., Савинов А.С. Моделирование температурных полей при получении отливок // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2015. №1. С. 39–43.
8. Савинов А.С., Колокольцев В.М., Ибрагимов Ф.Г. Идентификация термических напряжений при температурном градиенте в плоской стенке отливки // Сталь. 2014. №4. С. 156–160.
9. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности. Томск: Изд-во ТПУ, 2007. 172 с.
10. Савинов А.С., Дьяченко Д.Я., Фролушкина К.А. Расчет температурных деформаций при охлаждении пластины // Механическое оборудование металлургических заводов. 2012. №1. С. 177–180.
11. Дюрелли А., Райли У. Введение в фотомеханику. М.: Мир, 1970. 423 с.
12. Абрамов В.В. Остаточные напряжения и деформации в металлах. М.: МАШИЗ, 1963. 355 с.
13. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. М.: Выш. шк., 1975. 654 с.
14. Степин П.А.. Сопротивление материалов. М.: Выш. шк., 1975. 654 с.

Поступила 25.12.18  
Принята в печать 14.01.19

## INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

<https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-37-45>

## CALCULATION OF A THERMAL STRESS STATE, WHEN HEATING A STEEL CYLINDRICAL OBJECT

**Valery M. Kolokoltsev** – DSc (Eng.), Professor, President

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: kwm@magtu.ru

**Aleksandr S. Savinov** – DSc (Eng.), Associate Professor, Director of the Metallurgy,

Mechanical Engineering and Materials Processing Institute

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: savinov\_nis@mail.ru

**Sergey M. Andreev** – PhD (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Automated Control Systems

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: atp@magtu.ru

**Karolina V. Angold** – Student

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: angoldk@bk.ru

**Abstract.** The paper studies longitudinal strains occurring along the height of a cylindrical object as a result of the temperature difference along the cylinder radius. It describes a particular case of a thermal stress state, when heating a cylinder. A temperature field was measured, when solving an axisymmetric task of heating a cylindrical object. Using the existing analytical dependence, the authors identified mathematical relations to calculate normal, tangential, and equivalent stresses. Such procedure may be applied to determine a stress state of cylinders 0.1 and 0.05 m in radius, when heating up to 400°C. It is shown that changes in a cylinder radius, maintaining the same heating conditions, result in decreasing maximum tension stresses from 45.9 to 23.9 MPa, and compressive stresses from 43.1 to 22.5 MPa. The authors determined principal stresses along a cylindrical rod radius during heating. Applying the Huber–Mises–Hencky criterion, changes in a growth rate of the stress state along a cylinder radius was determined. It is found that at the point of equalizing temperature along the cylinder radius, the highest stresses are in the layer periphery and central areas of the object under study and amount to 40.5 MPa at set conditions of calculations. It is noted that the developed mathematical tool may be used to evaluate a thermal stress state of mill rolls during their heat treatment.

**Keywords:** Temperature field, radial coordinates, thermal stress state, principal stresses, temperature strains, strength conditions.

### References

1. T.K. Roy, B. Bhattacharya, C. Ghosh, S.K. Ajmani. Advanced high strength steel. Springer Nature Singapore Pte Ltd, New York, 2018.
2. R.B. Hetnarski. Encyclopedia of thermal stresses. Springer Dordrecht Heidelberg, New York, 2014.
3. R.B. Hetnarski, M.R Eslami. Thermal stresses – advanced theory and applications. Springer, New York, 2009.
4. N. Fonstein. Advanced high strength sheet steels. Springer, New York, 2015.
5. V. V. Kharchenko. Strength of materials. Springer, New York, 2014.
6. A. Davies. Handbook of condition monitoring. Springer, New York, 1998.
7. Kolokoltsev V.M., Sinitiskiy E.V., Savinov A.S. Modeling temperature fields, when producing castings. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2015, no. 1, pp. 39–43. (In Russ.)
8. Savinov A.S., Kolokoltsev V.M., Ibragimov F.G. Identification of the thermal stress with a temperature gradient in a plane casting wall. *Stal [Steel]*, 2014, no. 4, pp. 156–160. (In Russ.)
9. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. *Raznostrnye metody resheniya zadach teploprovodnosti* [Difference methods of solving heat conduction problems]. Tomsk: TPU Publishing House, 2007, 172 p. (In Russ.)
10. Savinov A.S., Dyachenko D.Ya., Frushchikina K.A. Calculation of temperature deformations, when cooling a plate. *Mekhanicheskoe oborudovanie metallurgicheskikh zavodov* [Mechanical equipment of metallurgical plants], 2012, no. 1, pp. 177–180. (In Russ.)
11. Durelli A., Riley W. *Vvedenie v fotomehaniku* [Introduction to photomechanics]. Moscow: Mir, 1970, 423 p. (In Russ.)
12. Abramov V.V. *Ostatochnye napryazheniya i deformatsii v metalakh* [Residual stresses and deformations in metals]. Moscow: MASHGIZ, 1963, 355 p. (In Russ.)
13. Darkov A.V., Shapiro G.S. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow: Vysshaya shkola, 1975, 654 p. (In Russ.)
14. Stepin P.A. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow: Vysshaya shkola, 1975, 654 p. (In Russ.)

Received 25/12/18

Accepted 14/01/19

### Образец для цитирования

Расчет термоизнапряженного состояния нагрева стального цилиндрического объекта / Колокольцев В.М., Савинов А.С., Андреев С.М., Ангольд К.В. // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2019. Т.17. №1. С. 37–45. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-37-45>

### For citation

Kolokoltsev V.M., Savinov A.S., Andreev S.M., Angold K.V. Calculation of a thermal stress state, when heating a steel cylindrical object. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2019, vol. 17, no. 1, pp. 37–45. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-37-45>